

PRACTICA 5: VARIABLES ALEATORIAS.

Curso 2021/22

Grado en Ciencias Ambientales. Universidad de Alcalá

1. En una binomial $B(7, 1/4)$, calcula las siguientes probabilidades.

(a) $P(X \leq 4)$.

Con `dbinom` se calcula

$$P(X \leq 4) = P(X = 0) + P(X = 1) + \dots + P(X = 4)$$

```
sum(dbinom(0:4, size = 7, prob = 1/4))
```

```
[1] 0.9871216
```

Con `pbinom` el cálculo es, directamente

```
pbinom(4, size = 7, prob = 1/4)
```

```
[1] 0.9871216
```

(b) $P(X < 3)$.

(c) $P(X \geq 2)$.

(d) $P(X > 3)$.

(e) $P(2 \leq X \leq 4)$ (o, lo que es lo mismo, $P((X \geq 2) \cap (X \leq 4))$).

(f) $P(2 < X < 4)$.

(g) $P(2 \leq X < 4)$.

(h) $P(2 < X \leq 4)$.

Soluciones en la página 7.

2. En los siguientes ejercicios sea X una variable aleatoria de tipo $N(5, 3)$. Calcula las probabilidades y valores que se indican.

(a) Calcula $P(X < 4)$, $P(X < 3)$ y, finalmente, $P(X < 0)$. ¿Qué observas?

(b) Calcula $P(X > 6)$, $P(X > 7)$ y, finalmente, $P(X > 10)$. ¿Ves alguna relación con los valores del anterior apartado? Para entenderlo, puedes hacer un dibujo de la normal con la que estás trabanando

(c) $P(4.5 < x < 5.5)$, $P(2 < X < 8)$ y, finalmente, $P(0 < X < 10)$.

(d) Los valores k_1 y k_2 tales que $P(X < k_1) = 0.90$ y $P(X < k_2) = 0.95$.

(e) Los valores k_1 y k_2 tales que $P(X > k_1) = 0.1$ y $P(X > k_2) = 0.05$. ¿Ves alguna relación con los valores del anterior apartado?

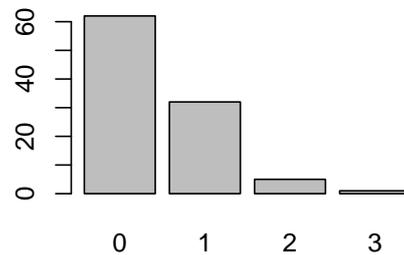
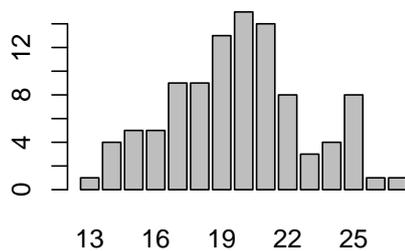
(f) $P(X > 2 | X \leq 6)$

Ahora, con la misma variable X , responde a estas preguntas sin usar el ordenador:

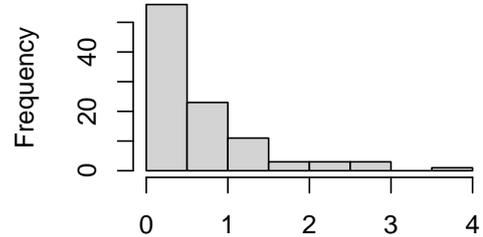
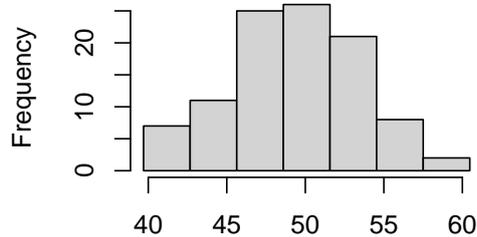
- (g) El valor $P(X < 7)$ ¿es mayor o menor que $\frac{1}{2}$?
- (h) El valor $P(X > 8)$ ¿es mayor o menor que $\frac{1}{2}$?
- (i) ¿Cuál de estos dos valores es más grande, $P(X > 4)$ o $P(X < 5.5)$?
- (j) El valor k tal que $P(X > k) = 0.6$ ¿es mayor o menor que 5?
- (k) El valor k tal que $P(X < k) = 0.1$ ¿es mayor o menor que 5?

Soluciones en la página 8.

3. El número de huevos viables que pone una hembra de gorrión molinero (*passer montanus*) a lo largo de su vida sigue una distribución binomial de parámetros $n = 15$ y $p = 0.16$.
 - (a) Calcula la probabilidad de que un individuo concreto ponga exactamente 3 huevos.
 - (b) Calcula la probabilidad de que ponga 4 huevos o menos.
 - (c) ¿A partir de qué valor está el 25% de los gorrones que menos huevos llegan a poner?
 - (d) ¿Cuál es la descendencia esperada para cada hembra? ¿Crees que esta población se extinguirá?
4. Estás trabajando con dos variables aleatorias discretas. Tomas una muestra de cada una de ellas y haces un diagrama de barras para observar la distribución de cada una de las muestras. ¿A qué tipo de variable aleatoria discreta que conozcas podría corresponder cada uno de ellos?



5. Ahora estás trabajando con dos variables aleatorias continuas. De nuevo tomas una muestra de cada una de ellas y haces un histograma para observar la distribución de cada una de las muestras. ¿A qué tipo de variable aleatoria discreta que conozcas podría corresponder cada uno de



ellos?

6. Para comprobar si unos datos provienen o no de una distribución normal se suelen usar, en primera instancia, métodos gráficos. Copia, pega y ejecuta varias veces este código en un script de R

```
par(mfrow = c(2,3))
muestra = rnorm(200)
hist(muestra, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
boxplot(muestra, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
qqnorm(muestra, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
qqline(muestra)
muestra2 = rexp(200, rate = .4)
hist(muestra2, main = "Muestra NO normal", cex.main = .8)
boxplot(muestra2, main = "Muestra NO normal", cex.main = .8)
qqnorm(muestra2, main = "Muestra NO normal", cex.main = .8)
qqline(muestra2)
par(mfrow = c(1,1))
```

La tercera columna muestra los qqplots:

- en el eje horizontal, los cuantiles teóricos de una normal
- en el eje horizontal, los cuantiles de la muestra

A medida en que los puntos se alejan de la línea se deja de creer que los datos provienen de una población normalmente distribuida.

Comprueba ahora que para muestras pequeñas, aunque los datos provengan de una población normal, puede ser difícil detectarlo con boxplots, histogramas o qqplots. Copia este código en un script de R y ejecútalo varias veces

```
par(mfrow = c(2,3))
muestra = rnorm(15)
hist(muestra, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
```

```

boxplot(muestra, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
qqnorm(muestra, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
qqline(muestra)
muestra2 = rnorm(20)
hist(muestra2, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
boxplot(muestra2, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
qqnorm(muestra2, main = "Muestra normal", cex.main = .8)
qqline(muestra2)
par(mfrow = c(1,1))

```

7. En cierto cultivo el número medio de células de *Rickettsia typhi* (las células que causan el tifus) es de 5 por cada $20 \mu m^2$
- ¿Cuántas células de ese tipo se espera encontrar en un cultivo de $16 \mu m^2$?
 - Calcula la probabilidad de no encontrar ninguna de esas células en un cultivo de $16 \mu m^2$
 - Calcula la probabilidad de encontrar al menos 9 de esas células en un cultivo de $16 \mu m^2$

Soluciones en la página 10.

8. La concentración (en ppm) de cierta sustancia en el aire se modeliza con una distribución normal de media 55 y desviación típica 10.
- Calcula la probabilidad de que haya más de 60ppm.
 - Has tomado una muestra en una zona en la que sabes que la concentración es, al menos, de 75ppm, ¿cuál es la probabilidad de en la muestra haya una concentración de entre 70ppm y 80ppm?
 - Si se decide seleccionar, de entre todas las muestras posibles, el 10% con mayor concentración. ¿Cuál es la concentración mínima para que una muestra pueda ser seleccionada?

Soluciones en la página 11.

9. Se fumiga una plantación de zanahorias con un producto tóxico. Se sabe que la cantidad de producto que absorbe una zanahoria (en mg) es una variable aleatoria con distribución normal de media 4 y desviación típica 1.5. Se considera que una zanahoria está contaminada si ha absorbido más de 6 mg del producto tóxico:
- Calcula la probabilidad de que una zanahoria seleccionada al azar haya sido contaminada en el proceso de fumigación.
 - Si se seleccionan al azar 5 zanahorias, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos de ellas estén contaminadas?
 - Si se seleccionan al azar 5 zanahorias, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos de ellas estén contaminadas, sabiendo que hay al menos 1 contaminada?

Soluciones en la página 12.

10. Se considera que una muestra de agua está contaminada por PCBs cuando la concentración está por encima de 10ng/L (umbral inventado). En la zona A de un gran lago la concentración de PCB sigue una distribución $N(8, 2)$ y en la zona B se puede modelizar con una curva exponencial negativa de parámetro $\lambda = 0.15$. Si el 30% de las muestras provienen de la zona A y el 70% de la zona B,

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que, tomada una muestra al azar, esté contaminada? Solución en la página 12.
- (b) Si tienes en las manos una muestra contaminada, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la zona B del lago?
11. Siete mil corredores participan en una carrera local en la que se pueden clasificar para correr la maratón de la ciudad de New York si completan los 42 km en un tiempo inferior a 3 horas y 10 minutos. Solamente 6350 corredores han terminado la carrera. Si los tiempos empleados en completar los 42 km se distribuyen normalmente con una media de 3 horas 40 minutos y una desviación típica de 28 minutos, se pide:
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que un corredor elegido al azar haya empleado menos de 3 horas en completar la carrera?
- (b) ¿Cuántos corredores se han clasificado para la maratón de Nueva York?
- (c) Si se clasifican más de 800 corredores, la organización aplicará como criterio de selección para acudir a la maratón de Nueva York haber conseguido un tiempo que esté incluido dentro del 5% de los mejores tiempos. ¿Qué tiempo máximo se debe emplear en la carrera local para ser seleccionado para la maratón de Nueva York con este criterio?

Soluciones en la página 13.

12. Existen otras funciones de densidad de probabilidad con sus respectivas variables aleatorias continuas:
- La v.a. **t de Student con k grados de libertad**. Aquí los grados de libertad son el tamaño de la muestra menos 1, ($X \sim t_k$).
 - La v.a. **chi cuadrado con k grados de libertad** ($X \sim \chi_k^2$), el significado de los grados de libertad es el mismo.
 - La v.a. **F de Fisher-Snedecor con k_1 y k_2 grados de libertad** ($X \sim F_{k_1, k_2}^2$). Esta distribución se usa para comparar las varianzas de dos poblaciones, y los grados de libertad son el tamaño de cada población menos 1.

Para calcular probabilidades con ellas, por ejemplo $P(X < 3)$, existe el equivalente a `pnorm()` y `pexp()`:

- (a) Si, por ejemplo, $X \sim t_6$, entonces usa

```
pt(3, df = 6)
[1] 0.9879959
```

donde `df` es el número de grados de libertad (en inglés, degrees of freedom).

- (b) Si, por ejemplo, $X \sim \chi_{10}^2$, usa

```
pchisq(3, df = 10)
[1] 0.01857594
```

- (c) Si, por ejemplo, $X \sim F_{11, 21}$, usa

```
pf(3, df1 = 11, df2 = 21)
```

```
[1] 0.9853303
```

Calcula:

- (a) Si $X \sim t_{16}$,
 - i. $P(X < 0)$
 - ii. $P(X > 1)$
- (b) Si $X \sim \chi_7^2$,
 - i. $P(2 < X \leq 3)$
 - ii. $P(1.7 \leq X < 4)$
- (c) Si $X \sim F_{7,3}$,
 - i. $P(2.3 \leq X \leq 9)$

Del mismo modo, para calcular percentiles (problema inverso), por ejemplo, el valor x_* tal que $P(X < x_*) = 0.3$, existe el equivalente a `qnorm()` y `qexp()`:

- (a) Si, por ejemplo, $X \sim t_6$, entonces usa

```
qt(.3, df = 6)
```

```
[1] -0.5533809
```

- (b) Si, por ejemplo, $X \sim \chi_{10}^2$, usa

```
qchisq(.3, df = 10)
```

```
[1] 7.267218
```

- (c) Si, por ejemplo, $X \sim F_{11,21}$, usa

```
qf(.3, df1 = 11, df2 = 21)
```

```
[1] 0.7292146
```

Calcula el valor x_* tal que:

- (a) Si $X \sim t_{16}$,
 - i. $P(X < x_*) = 0.3$
 - ii. $P(X < x_*) = 0.4$
 - iii. $P(X < x_*) = 0.7$
- (b) Si $X \sim \chi_7^2$,
 - i. $P(x_* < X) = 0.55$

Soluciones en la página 14.

SOLUCIONES

1. Ejercicio 1, pág. 1

Empezamos con los cálculos.

(a) Es directo:

```
sum(dbinom(0:4, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.9871216
```

(b) $P(X < 3) = P(X \leq 2)$, luego:

```
sum(dbinom(0:2, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.7564087
```

(c) $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1)$. ¡Cuidado en el segundo paso!

```
1- sum(dbinom(0:1, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.5550537
```

(d) $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$

```
1- sum(dbinom(0:3, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.07055664
```

(e) $P(2 \leq X \leq 4)$

```
sum(dbinom(2:4, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.5421753
```

(f) $P(2 < X < 4) = P(X \leq 3) - P(x \leq 2) = P(X = 3)$

```
dbinom(3, size = 7, prob = 1/4)  
## [1] 0.1730347
```

El resultado es el mismo, claro.

(g) $P(2 \leq X < 4)$

```
sum(dbinom(2:3, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.4844971
```

(h) $P(2 < X \leq 4)$

```
sum(dbinom(3:4, size = 7, prob = 1/4))  
## [1] 0.2307129
```

(i) $P(X < 2 | X \leq 5) = \frac{P((X < 2) \cap (X \leq 5))}{p(x \leq 5)} = \frac{P(X < 2)}{p(x \leq 5)}$

```
sum(dbinom(0:1, size = 7, prob = 1/4))/sum(dbinom(0:5, size = 7, prob = 1/4))
[1] 0.4455446
```

2. Ejercicio 2, pág. 1

Todas las respuestas son aproximadas

(a) $P(X < 4)$

```
pnorm(4, mean= 5, sd= 3)
[1] 0.3694413
```

También se puede hacer el cálculo "directo": observa el uso del argumento `lower.tail` (su valor por defecto es `FALSE`)

```
pnorm(3, mean= 5, sd= 3)
[1] 0.2524925
```

```
pnorm(0, mean= 5, sd= 3)
[1] 0.04779035
```

A medida que nos desplazamos hacia la derecha los valores van siendo más y más pequeños.

(b) En este caso:

```
1 - pnorm(c(6, 7, 10), mean= 5, sd= 3)
[1] 0.36944134 0.25249254 0.04779035
```

Las respuestas son las mismas del anterior apartado, por la simetría de la curva normal respecto de la media, que está en $\mu = 5$. Por ejemplo, los valores 3 y 7 están a la misma distancia, a izquierda y derecha de μ , respectivamente, y por eso

$$P(X < 3) = P(X > 7) = 0.2525$$

Observa que los siguientes cálculos producen el mismo resultado

```
1 - pnorm(c(4, 3, 0), mean= 5, sd= 3)
[1] 0.6305587 0.7475075 0.9522096
```

```
pnorm(c(4, 3, 0), mean= 5, sd= 3, lower.tail = TRUE)
[1] 0.36944134 0.25249254 0.04779035
```

(c) El cálculo es

```
pnorm(5.5, mean= 5, sd= 3)-pnorm(4.5, mean= 5, sd= 3)
```

```
[1] 0.1323677
```

Observa que también se puede calcular así

```
(pnorm(8, mean= 5, sd= 3)-0.5)*2
```

```
[1] 0.6826895
```

```
(pnorm(10, mean= 5, sd= 3)-0.5)*2
```

```
[1] 0.9044193
```

- (d) Se trata de los percentiles 90 y 95, y la sintaxis vectorial permite calcularlos de una vez

```
qnorm(c(0.9, 0.95), mean= 5, sd= 3)
```

```
[1] 8.844655 9.934561
```

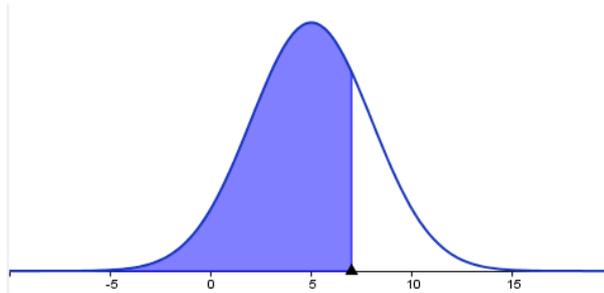
- (e) Los mismos valores de k_1 y k_2 , de nuevo por la simetría de la curva normal.

- (f) $P(X > 2|X \leq 6) = \frac{P((X>2) \cap (X \leq 6))}{p(x \leq 6)}$

```
numerador2 = pnorm(6, mean= 5, sd= 3)-  
              pnorm(2, mean= 5, sd= 3)  
denominador2 = pnorm(6, mean= 5, sd= 3)  
numerador2/denominador2
```

```
[1] 0.7483894
```

- (g) Es mayor que $1/2$. Se tiene $P(X < 7) = 0.7475$. Este apartado y el siguiente se resuelven teniendo en cuenta que el área de cada una de las dos mitades de la curva es $\frac{1}{2}$, observando si el punto que hemos tomado está a la derecha o la izquierda de μ , y si la probabilidad que calculamos incluye todos los valores mayores o menores. Por ejemplo, para la primera pregunta tenemos que pensar en un dibujo como este:



con el que resulta evidente que la respuesta es mayor que $\frac{1}{2}$.

- (h) Es menor que $1/2$. Se tiene $P(X > 8) = 0.1587$.
- (i) El valor $P(X > 4)$ es más grande. Se tiene $P(X > 4) = 0.6306$, mientras que $P(X < 5.5) = 0.5662$. En este caso la respuesta es fácil de ver porque el valor 4 está más lejos de $\mu = 5$ que 5.5.

- (j) Las ideas para este apartado y el siguiente son las mismas, pero ahora tenemos que pensar en los valores del eje x , en vez de pensar en las probabilidades (áreas) que definen esos valores. El valor tiene que ser menor que 5 (de otra manera, la probabilidad sería menor que $\frac{1}{2}$). Se obtiene $k = 4.24$
- (k) El valor tiene que ser menor que 5. Se obtiene $k = 1.156$.

3. (a) `dbinom(3, size = 15, prob = 0.16)`

```
[1] 0.2299973
```

(b) `pbinom(4, size = 15, prob = 0.16)`

```
[1] 0.9222087
```

(c) `qbinom(0.25, size = 15, prob = 0.16)`

```
[1] 1
```

Los puedes comprobar con

```
pbinom(1, size = 15, prob = 0.16 )
```

```
[1] 0.2821337
```

(d) Se trata de calcular el valor esperado (la media) de esta variable aleatoria binomial

```
15 * 0.16
```

```
[1] 2.4
```

Como cada hembra da lugar a 2.4 individuos si, aproximadamente, la mitad de los individuos son machos y la otra hembras, por cada individuo se producen 1.2 individuos, lo que garantiza el crecimiento dela población.

4. La de la izquierda podría ser una binomial y la de la derecha una Poisson.
5. La de la izquierda podría ser una normal y la de la derecha una exponencial negativa.
6. Ejercicio 7, pág. 4
- (a) Si el número medio de células en 20 micrómetros cuadrados es 5, entonces (regla de tres) en 16 micrómetros cuadrados habrá 4.
- (b) La variable aleatoria X ="número de células en un cultivo de 16 micrómetros cuadrados" sigue una distribución de Poisson con $\lambda = 4$. Por tanto la probabilidad pedida es

```
dpois(0, 4)
```

```
[1] 0.01831564
```

(c) En este caso, $P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8)$

```
1-sum(dpois(0:8, 4))
```

```
[1] 0.02136343
```

7. Ejercicio 8, pág. 4 La cantidad de contaminante X sigue una $N(\mu = 55, \sigma = 10)$

- (a) La probabilidad pedida es $P(X > 60)$, que se puede calcular de varias formas diferentes con la función `pnorm`. Como se trata de la cola derecha de la distribución y `pnorm` calcula probabilidades con la cola izquierda (es decir, cosas como $P(X < 60)$) se puede calcular la probabilidad del complementario: $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60)$

```
1-pnorm(60, mean = 55, sd = 10)
```

```
[1] 0.3085375
```

si quieres hacer saber a `qnorm` que en realidad te interesa la cola derecha, puedes utilizar directamente

```
pnorm(60, mean = 55, sd = 10, lower.tail = FALSE)
```

```
[1] 0.3085375
```

donde `lower.tail = FALSE` le indica a la función `qnorm` que te interesan las probabilidades a la derecha de $X = 60$, y no a su izquierda.

- (b) Se trata de una probabilidad condicionada: $P(70 < X < 80 | X \geq 75)$. Con la definición de probabilidad condicionada

$$P(70 < X < 80 | X \geq 75) = \frac{P((70 < X < 80) \cap (X \geq 75))}{P(X \geq 75)}$$

los números que están entre 70 y 80 y, a la vez, son mayores que 75 son los números que están entre 75 y 80. Por tanto, la probabilidad pedida es

```
numerador = pnorm(80, mean = 55, sd = 10) -  
            pnorm(75, mean = 55, sd = 10)  
denominador = 1-pnorm(75, mean = 55, sd = 10)  
numerador/denominador
```

```
[1] 0.7270493
```

Se usa esa sintaxis (numerador y denominador) para que quepa todo en la página.

- (c) En este caso queremos calcular el valor de la concentración de contaminante que deja por encima de sí el 10% de las muestras (y, por debajo, el 90%). Esa cantidad es el percentil 90 y se calcula así:

```
qnorm(0.9, mean = 55, sd = 10)
```

```
[1] 67.81552
```

Observa que, de nuevo, existe la posibilidad de usar la cola derecha de la distribución:

```
qnorm(0.1, mean = 55, sd = 10, lower.tail = FALSE)
[1] 67.81552
```

8. Ejercicio , 12.

- (a) X = cantidad de contaminante en una zanahoria. $X \sim N(4, 1.5)$; hay que calcular $P(X > 6)$

```
(p = pnorm(6, mean = 4, sd = 1.5, lower.tail = FALSE))
## [1] 0.09121122
```

- (b) Ahora la variable Y = "nº zahanorias contaminadas de las 5 inspeccionadas" es una variable binomial, $Y \sim B(n = 5, prob = 0.0912)$. Se pide $P(Y \geq 1)$

```
pbinom(1, size = 5, prob = p, lower.tail = FALSE)
## [1] 0.06903121
```

- (c) Se pide $P(Y \geq 2|Y \geq 1)$

```
sum(dbinom(2:5, size = 5, prob = p))/sum(dbinom(1:5, size = 5, prob = p))
## [1] 0.1816086
```

9. Pág. 4

- (a) La probabilidad de que la muestra esté contaminada si viene de la zona A es

```
(contamina_A = pnorm(10, mean = 8, sd = 2, lower.tail = F))
[1] 0.1586553
```

y, si viene de la zona B es

```
(contamina_B = pexp(10, rate = 0.15, lower.tail = F))
[1] 0.2231302
```

de donde, por el teorema de la Probabilidad Total se tiene

$$\begin{aligned} P(\text{contaminada}) &= P((\text{contaminada} \cap A) \cup (\text{contaminada} \cap B)) \\ &= P(\text{contaminada} \cap A) + P(\text{contaminada} \cap B) \\ &= P(A)P(\text{contaminada}|A) + P(B)P(\text{contaminada}|B) \end{aligned}$$

```
(resultado1 = 0.3 * contamina_A + 0.7*contamina_B)
[1] 0.2037877
```

redondeando a cuatro cifras significativas da

```
signif(resultado1, digits = 4)
```

```
[1] 0.2038
```

(b) Ahora nos pide $P(B|contaminada)$, es decir,

$$P(B|contaminada) = \frac{P(B \cap contaminada)}{P(contaminada)} = \frac{P(B)P(contaminada|B)}{P(contaminada)}$$

lo que es una aplicación del Teorema de Bayes, y que podemos resolver con la información obtenida en el apartado anterior:

```
resultado2 = 0.7*contamina_B / (0.3 * contamina_A + 0.7*contamina_B)
```

```
signif(resultado2, digits = 4)
```

```
[1] 0.7664
```

10. pág. 5 La variable X = "tiempo empleado en completar el recorrido" es una normal con media 3 horas y 40 minutos y desviación típica 28 minutos. Lo primero es traducir todo a minutos (o a horas) para que las unidades sean las mismas; usaremos minutos: $X \sim N(220, 28)$

(a) $P(X < 180)$

```
pnorm(180, mean = 220, sd = 28)
```

```
[1] 0.07656373
```

(b) cada corredor debe emplear menos de 190 minutos, por lo que la probabilidad de que necesite, como mucho, ese tiempo es $P(X \leq 190)$

```
(prob190 = pnorm(190, mean = 220, sd = 28))
```

```
[1] 0.1419884
```

Nos interesa la variable Y = "número de corredores que termina la maratón en menos de 190 minutos de entre los 6350 que acabaron la carrera". Si lo piensas, Y es una variable binomial (cada corredor sólo puede llegar a tiempo o no y corren de forma independiente) de parámetros $n = 6350$ y $p = P(X \leq 190)$. El número esperado de éxitos es np , es decir

```
6350 * prob190
```

```
[1] 901.6263
```

es decir,

```
floor(6350 * prob190)
```

```
[1] 901
```

(c) Los mejores tiempos son los más rápidos, es decir, se trata del percentil 5 (en minutos):

```
qnorm(0.05, mean = 220, sd= 28)
```

```
[1] 173.9441
```

11. Ejercicio 12 pág. 5

Calcula:

(a) Si $X \sim t_{16}$,

i. $P(X < 0)$

```
pt(0, df = 16)
```

```
[1] 0.5
```

¿te lo esperabas?

ii. $P(X > 1)$

```
1-pt(1, df = 16)
```

```
[1] 0.1660975
```

(b) Si $X \sim \chi_7^2$,

i. $P(2 < X \leq 3)$

```
pchisq(3, df = 7) - pchisq(2, df = 7)
```

```
[1] 0.07483814
```

ii. $P(1.7 \leq X < 4)$

```
pchisq(4, df = 7) - pchisq(1.7, df = 7)
```

```
[1] 0.1947908
```

(c) Si $X \sim F_{7,3}$,

i. $P(2.3 \leq X \leq 9)$

```
pf(9, df1 = 7, df2 = 3) - pf(2.3, df1 = 7, df2 = 3)
```

```
[1] 0.2159157
```

Calcula el valor x_* tal que:

(a) Si $X \sim t_{16}$,

i. $P(X < x_*) = 0.3$

ii. $P(X < x_*) = 0.4$

iii. $P(X < x_*) = 0.7$

Se puede resolver todos de un una vez con

```
qt(c(0.3, 0.4, 0.7), df = 16)
```

```
[1] -0.5350105 -0.2575992 0.5350105
```

(b) Si $X \sim \chi_7^2$,

i. $P(x_* < X) = 0.55$

El valor x_* tal que $P(x_* > X) = 0.55$ es el mismo que $P(x_* < X) = 0.45$, y ahora podemos usar directamente

```
qchisq(0.45, df = 7)
```

```
[1] 5.912523
```