PRACTICA 7: Intervalos de confianza, una población.

Estadística, Grado en Biología Sanitaria, UAH, 2024/25.

El fichero Pima.tr se refiere a mujeres de la etnia Pima de al menos 21 años de edad que viven cerca de Phoenix, Arizona. Se hizo un test a cada una de ellas de diabetes de acuerdo con los criterios de la Organización Mundial de la Salud (WHO); los datos fueron recogidos por el Instituto Nacional para la Diabetes y enfermedades Digestivas y de riñón de Estados Unidos. Las variables medidas fueron

1. npreg: número de embarazos.
2. glu: concentración de glucosa en sangre tras un test oral de tolerancia a la glucosa (mg/dm).
3. bp: presión diastólica (mm Hg).
4. skin: grosor del pliege de la piel en el triceps (mm).
5. bmi: índice de masa corporal, en kg/m^2.
6. ped: diabetes pedigree function. Función que asigna la probabilidad de padecer diabetes a partir de la historia familiar.
7. age: edad, en años.
8. type: Yes or No, para diabetes, de acuerdo con los criterios de la WHO.

Enunciados

Teclea y ejecuta el código

```
library(MASS)
pima = Pima.tr
```

para guardar el contenido del fichero Pima.tr en una variable llamada `pima`. Se pide

1. Estima la glucosa media poblacional al nivel de confianza del 95% a partir de los datos de la muestra.
2. Estima la desviación típica poblacional de la presión sanguínea al nivel de confianza del 99% a partir de los datos de la muestra.
3. Si quisiéramos estimar el valor medio de la glucosa al nivel de confianza del 95% con una precisión de 4 mg/dl, ¿qué tamaño de muestra necesitaríamos?
4. En el primer ejercicio hemos averiguado que la estimación puntual de la media de la glucosa es

   ```
   [1] 123.97
   ```

   Del intervalo de confianza calculado se deduce que la precisión de la estimación (la semi anchura del intervalo) al nivel de confianza del 95% es, aproximadamente

   ```
   [1] 4.39
   ```

   En el ejercicio 3 se plantea aumentar el tamaño de la muestra para mejorar la precisión hasta 4 unidades. Esa estrategia implica aumentar la muestra desde 200 hasta 241 individuos, lo que implica consumir recursos.

   Otra opción es reducir el nivel de confianza para reducir el intervalo y así aumentar la precisión (ojo, a costa de reducir en nivel de certidumbre).

   Para explorar esa vía (redondeando valores para que salgan números más limpios) supón que la media muestral de la glucosa es $\bar{X} = 124$, $s = 30$ y $n = 200$. Si el intervalo de confianza que has obtenido para la media es $IC_\mu = (120, 128)$ ¿cuál es el nivel de confianza de este intervalo?
5. Estima, con un nivel de confianza del 90%, la prevalencia de la diabetes entre las mujeres de la etnia de las indias Pima.
6. Estima el índice de masa corporal media al nivel de confianza del 90% de las indias de 21 años (es una excusa para trabajar con una muestra pequeña).

Soluciones

Se utilizan fragmentos de las plantillas de inferencia

1. Fíjate en que dispones de los datos en bruto y de que la muestra es grande (usaremos una Z, una normal N(0,1)):

```
library(MASS)
library(TeachingDemos)

muestra = pima$glu

# ajustar para contrastar hipotesis
mu0 = 0

# tamanno muestra
length(muestra)

[1] 200

# Elige el contraste adecuado y descomenta la linea corresp
(CHconZ = z.test(muestra, mu = mu0,
                 stdev = sd(muestra),
                 alternative = "two.sided",  # "greater", "less",
                                             # "two.sided"
                 conf.level = 0.95))


One Sample z-test

data:  muestra
z = 55.363, n = 200.0000, Std. Dev. = 31.6672, Std. Dev. of the sample
mean = 2.2392, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 119.5812 128.3588
sample estimates:
mean of muestra
         123.97
```

   Es decir, el intervalo de confianza pedido es, redondeando a 4 cifras significativas

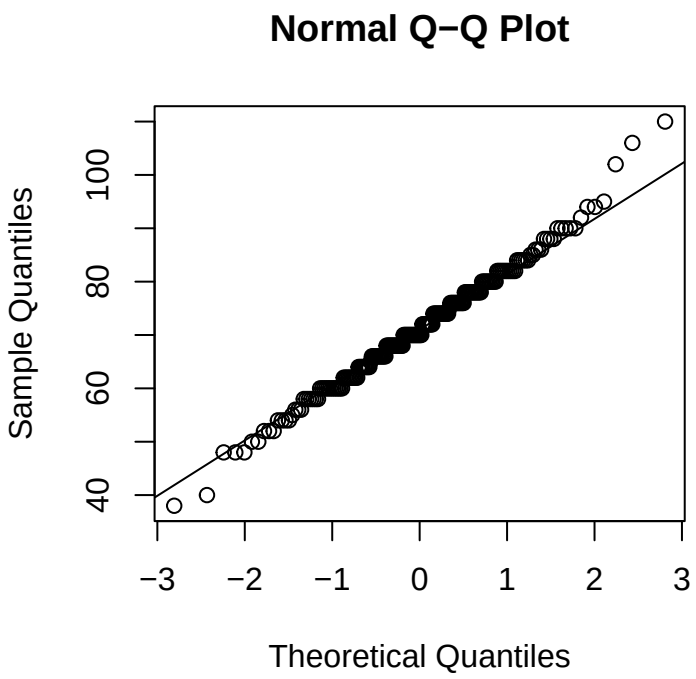
```
[1] 119.6 128.4
```

2. Estima la desviación típica poblacional de la presión sanguínea al nivel de confianza del 99% a partir de los datos de la muestra.

   Lo primero es analizar la normalidad de la muestra

```r
muestra = pima$bp

qqnorm(muestra)
qqline(muestra)
```



Que podemos dar por buena. A partir de ahí, podemos calcular el intervalo de confianza

```r
# ajustar H0, usa 1 para el IC
sigma0 = 1
# Opciones para H1: greater / less / two.sided
# solo para el IC, pon "two.sided"
(CHsigma2 = sigma.test(muestra,
                       sigma = sigma0,
                       alternative = "two.sided", # "greater", "less",
                                                  # "two.sided"
                       conf.level = 0.99))


One sample Chi-squared test for variance

data:  muestra
X-squared = 26224, df = 199, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true variance is not equal to 1
```

```
99 percent confidence interval:
 103.1911 173.2476
sample estimates:
var of muestra
      131.7813
```

Ten en cuenta que el resultado obtenido

```
CHsigma2$conf.int

[1] 103.1911 173.2476
attr(,"conf.level")
[1] 0.99
```

es el intervalo para la varianza; para obtener el intervalo de la desviación típica hay que extraer la raíz cuadrada que, con 4 cifras significativas, vale:

```
signif(sqrt(CHsigma2$conf.int[1:2]), digits = 4)

[1] 10.16 13.16
```

3. La precisión viene dada por la semianchura del intervalo de confianza

$$z_{0.025}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

donde n es el tamaño de la muestra,

```
(z = qnorm(0.025, lower.tail = F))

[1] 1.959964
```

y s es la desviación típica muestral

```
(s = sd(pima$glu))

## [1] 31.66723
```

Se pide determinar el valor de n tal que

$$1.959964\frac{31.6672254}{\sqrt{n}} < 4$$

que equivale a

$$1.959964\frac{31.6672254}{4} < \sqrt{n}$$

elevando al cuadrado ambos miembros, se tiene

$$240.7665926 < n,$$

es decir,

```
[1] 241
```

4. La semianchura del intervalo vienen dada por

$$4 = z_{\alpha/2}\frac{30}{\sqrt{200}}$$

de donde

$$4\frac{\sqrt{200}}{30} = 1.8856181 = z_{\alpha/2}$$

esto es, buscamos α tal que el valor crítico $z_{\alpha/2}$ de una normal N(0,1) sea 1.8856181, es decir,

```
(alphamedios = pnorm(4*sqrt(200)/30, lower.tail = F))

[1] 0.02967322
```

de donde α vale

```
(alpha = 2*alphamedios)

[1] 0.05934644
```

y el nivel de confianza es del

```
(1-alpha)*100

[1] 94.06536
```

Como conclusión, en este caso una reducción mínima en el nivel de confianza (de una unidad porcentual) equivale a recoger 41 datos más.

5. Se trata de estimar por intervalos de confianza la proporción de mujeres que padece diabetes, y para ello precisamos conocer la proporción muestral y el tamaño de la muestra:

```
n = nrow(pima)  #num. elementos muestra
k = sum(pima$type == "Yes")  #num. exitos muestra
(pMuestral = k / n)

[1] 0.34

# ajustar para H0, usa 0.1 para el IC
p0 = 0.1

# Opciones para H1: greater / less / two.sided
# solo para el IC, pon "two.sided"
(CHp = prop.test(k, n, p = p0, correct=FALSE,
          alternative = "two.sided", # "greater", "less",
                                     # "two.sided"
          conf.level = 0.9))
```

```
1-sample proportions test without continuity correction

data:  k out of n, null probability p0
X-squared = 128, df = 1, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true p is not equal to 0.1
90 percent confidence interval:
 0.2873664 0.3969047
sample estimates:
   p
0.34
```

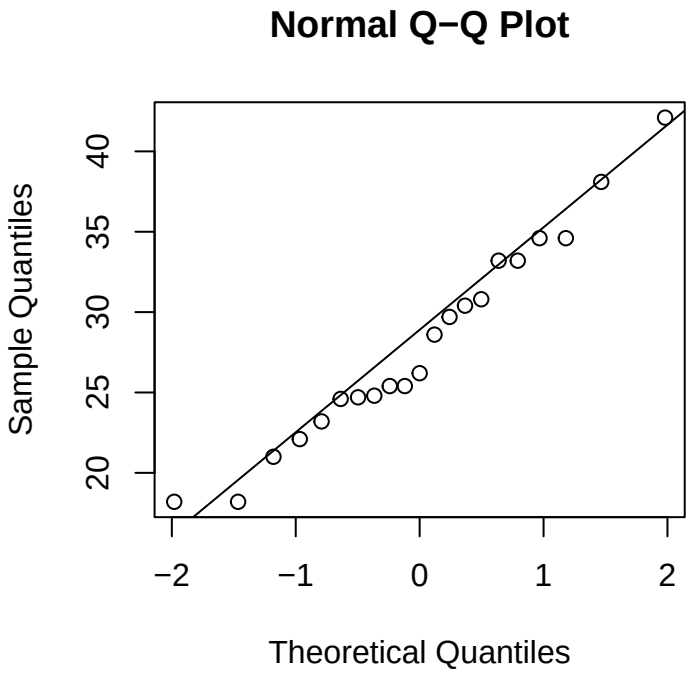
Donde el intervalo pedido, con 4 cifras significativas, es

```
signif(CHp$conf.int, digits = 4)

[1] 0.2874 0.3969
attr(,"conf.level")
[1] 0.9
```

6. En este caso se trata de una muestra pequeña, y lo primero es determinar la normalidad de los datos:

```
qqnorm(pima$bmi[pima$age==21])
qqline(pima$bmi[pima$age==21])
```



No hay motivos para dudar de la normalidad de los datos, ya que están bien dispuestos sobre la recta.

Por tanto, se usa la pantilla para la media con datos en bruto y una t de Student

```
library(MASS)
library(TeachingDemos)
muestra = pima$bmi[pima$age==21]

# ajustar para H0, usa 0 para IC
mu0 = 0

(CHcont = t.test(muestra, mu = mu0,
         alternative = "two.sided", # "greater", "less",
                                    # "two.sided"
         conf.level = 0.9))


One Sample t-test

data:  muestra
t = 20.235, df = 20, p-value = 8.639e-15
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
90 percent confidence interval:
```

```
 25.66137 30.44339
sample estimates:
mean of x
 28.05238
```

Donde el intervalo pedido, con 4 cifras significativas, es

```
signif(CHcont$conf.int, digits = 4)

[1] 25.66 30.44
attr(,"conf.level")
[1] 0.9
```