

Jueves, 3 de Noviembre de 2016

Nº: studentNumber currentStudent

INSTRUCCIONES (LEER ATENTAMENTE).

- La parte escrita del examen representa el 40 % de la nota y el cuestionario el 60 % restante.
- **Parte escrita:** Contesta a la parte escrita en la hoja aparte que te vamos a entregar. Tu respuesta debe ser detallada. Explica con claridad los pasos que te conducen al resultado.
- **Cuestionario:** Recuerda que **es muy importante** que anotes en esta hoja todas las respuestas del cuestionario que aparece al dorso. Es conveniente que entregues los cálculos del cuestionario (en su caso, sin entretenerte en detalles ni presentación), aunque en principio sólo es necesaria la respuesta numérica final.

PARTE ESCRITA

1. Se quiere comprobar si el café puede afectar a la tensión arterial de las personas. Se hace un estudio con 300 personas que toman dos o más cafés al día, y otras 300 que no toman. De los que toman café, 90 tienen la tensión arterial alta, 150 tienen la tensión normal y el resto baja. De los que no toman café, 80 tienen la tensión baja, 160 la tienen normal y el resto alta. Denotemos por B , N , A a los eventos tener la tensión baja, normal y alta, respectivamente, y C a tomar café. Podemos organizar la información del enunciado según la siguiente tabla

	B	N	A
C	60	150	90
\bar{C}	80	160	60

- a) Escoges una persona al azar, y sabes que no toma café. Calcula la probabilidad de que tenga la tensión baja?

La pregunta es $P(B|\bar{C})$ y, aplicando la definición, tenemos

$$P(B|\bar{C}) = \frac{P(B \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{\frac{80}{600}}{\frac{300}{600}} = \frac{4}{15}$$

- b) Calcula la probabilidad de que una persona tome café o tenga la tensión alta.

La pregunta se puede escribir como $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$ y, de la tabla,

$$P(A \cup C) = \frac{90 + 60}{600} + \frac{60 + 150 + 90}{600} - \frac{90}{600} = \frac{90 + 60 + 150 + 60}{600} = \frac{360}{600} = \frac{3}{5}$$

2. Mi hermano y yo nunca nos ponemos de acuerdo a la hora de coger el coche que compartimos, así que me propone un juego: metemos seis bolas en una bolsa (4 negras y 2 blancas) y sacamos una bola. Si es blanca, cojo yo el coche. Si es negra, lanzamos un dado 3 veces. Si salen al menos 2 seises, lo cojo yo.

Usaremos la notación B y N para los eventos obtener una bola blanca/negra, respectivamente. Por otro lado, la variable $Y =$ número de seises obtenidos al lanzar 3 veces el dado es una binomial de parámetros $n = 3$, $p = 1/6$, es decir, $X \sim B(3, 1/6)$. Por tanto

$$P(B) = \frac{2}{6} \quad P(N) = \frac{4}{6},$$

$$P(X < 2) = \text{pbinom}(1, \text{size} = 3, p = 1/6) \quad P(X \geq 2) = 1 - \text{pbinom}(1, \text{size} = 3, p = 1/6)$$

- a) De los dos, ¿quién tendrá más probabilidades de llevarse el coche?
 Calculamos la probabilidad de que se lo lleve cada uno: H = se lo lleva mi hermano, Y = me lo llevo yo.

$$P(Y) = P(Y \cap (B \cup N)) = P(Y \cap B) + P(Y \cap N) = P(B) * P(Y|B) + P(N) * P(Y|N) =$$

$$= P(B) * P(Y|B) + P(N) * P(X \geq 2) = 0.382716$$

Pero, por otro lado

$$P(H) = P(H \cap N) = P(N) * P(H|N) = P(N) * P(X < 2) = 0.617284$$

- b) Si el coche me lo he llevado yo, calcula la probabilidad de que la bola extraída fuera blanca.
 Se trata de una aplicación del teorema de Bayes:

$$P(B|Y) = \frac{P(Y \cap B)}{P(Y)} = \frac{P(B) * P(Y|B)}{P(B) * P(Y|B) + P(N) * P(Y|N)} = 0.8709677$$

3. Se estudia la concentración de colesterol en sangre en 400 individuos. Se comprueba que la concentración sigue una distribución normal con media 200 mg/dl y desviación típica 12 mg/dl. Si una persona tiene una concentración correspondiente al 30 % de la población que tiene más alto el colesterol, como mínimo, ¿qué concentración de colesterol en sangre tiene?
 Se pregunta por el percentil 70 de una variable que sigue una distribución normal de con media 200 y desviación típica 12. Si usas R, la respuesta es

`qnorm(.7, mean = 200, sd = 12) = qnorm(.3, mean = 200, sd = 12, lower.tail = F) = 206.3`

ANOTA AQUÍ TUS RESPUESTAS AL CUESTIONARIO. SI TE EQUIVOCAS, TACHA Y USA LA FILA DE ABAJO.

Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8

Cada estudiante tuvo un examen individualizado, en concreto, salió

- Una de las preguntas entre la 1 y la 4
- Una de las preguntas entre la 5 y la 6
- Una de las preguntas entre la 7 y la 11
- Una de las preguntas entre la 12 y la 14
- Una de las preguntas entre la 15 y la 18

Cuestionario.

1. Problema

Calcula la **varianza (poblacional)** de este conjunto de números:

2, 5, 8, 1, 3, 9, 0, 2.

Redondea el resultado con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 9.438

2. Problema

Calcula la **desviación estándar (poblacional)** de este conjunto de números:

12, 0, 5, 6, 9, 8, 7, 2, 3, 10.

Redondea el resultado con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 3.572

3. **Problema**

Calcula la **varianza (muestral)** de este conjunto de números:

3, 9, 8, 5, 10, 7, 12, 9, 2.

Redondea el resultado con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 10.94

4. **Problema**

Calcula la **desviación típica (muestral)** de este conjunto de números:

9, 8, 7, 11, 5, 0, 11, 9, 0, 4, 4, 11, 9.

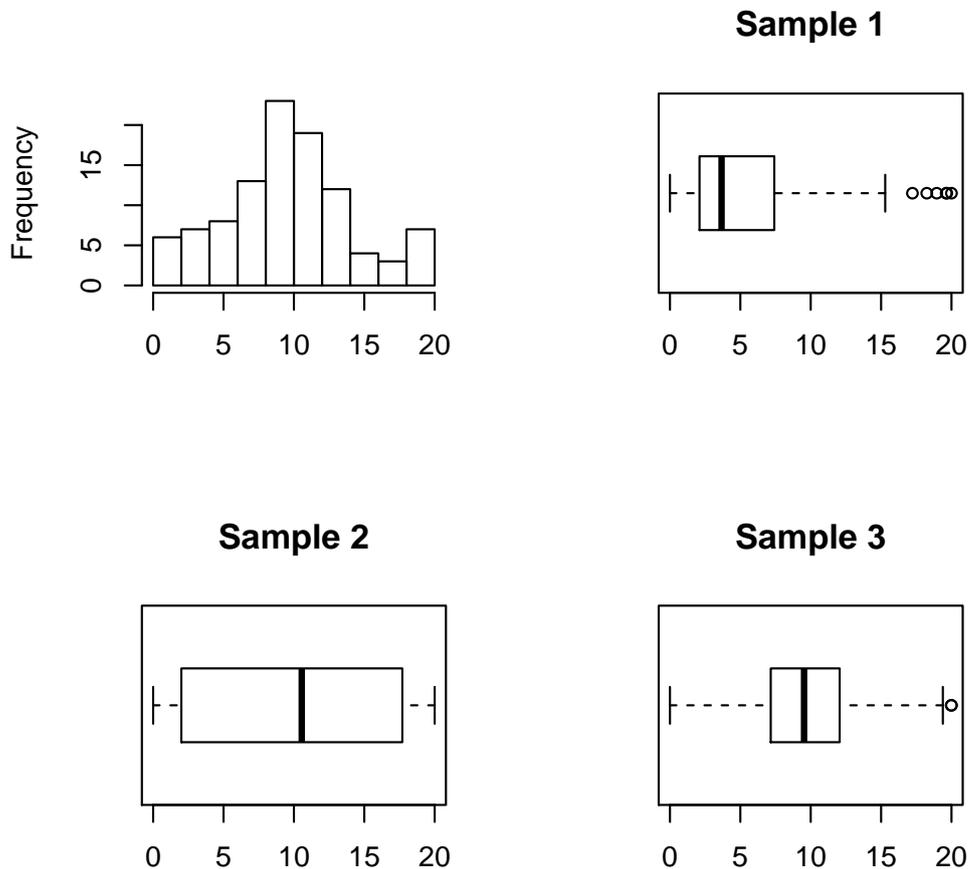
Redondea el resultado con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 3.876

5. **Problema**

El histograma describe lo datos que representa uno de los diagramas de caja y bigotes, ¿con cuál?



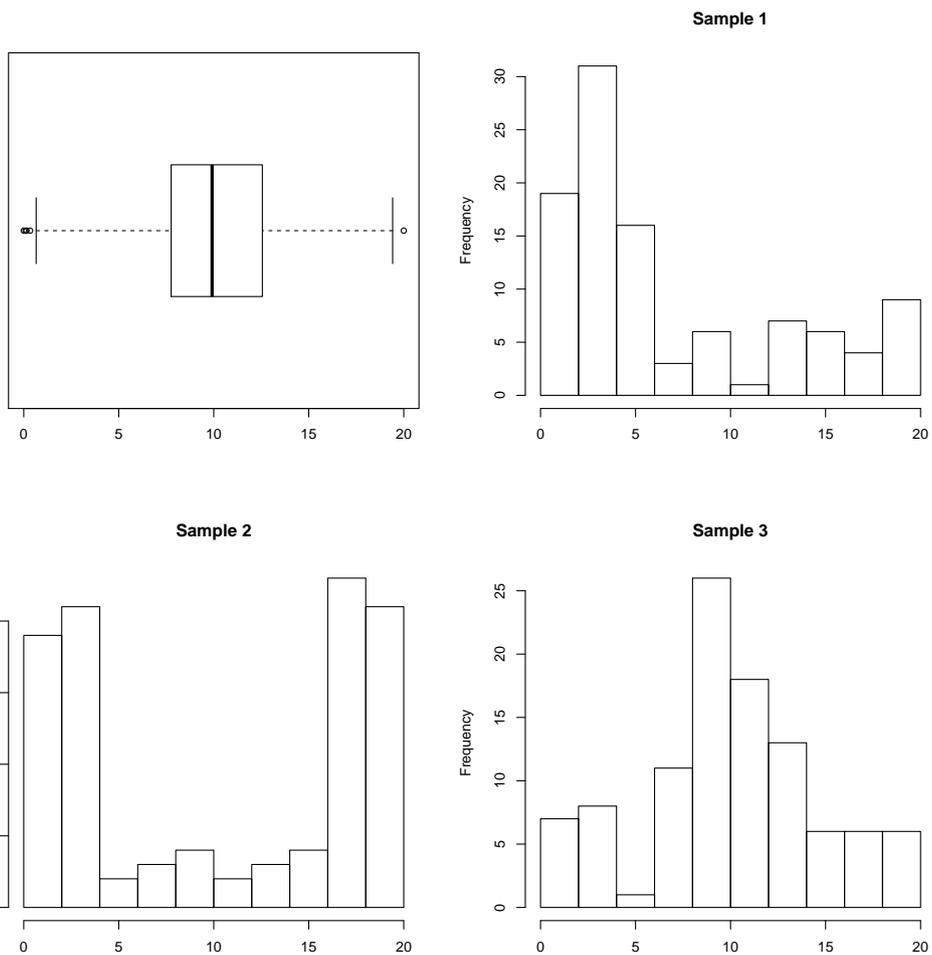
- a) Muestra 1
- b) Muestra 2
- c) Muestra 3

Solución

- a) **False**
- b) **False**
- c) **True**

6. Problema

El diagrama de caja y bigotes describe los datos que representan uno de los histogramas, ¿con cuál?



- a) Muestra 1
- b) Muestra 2
- c) Muestra 3

Solución

- a) **False**
- b) **False**
- c) **True**

7. **Problema**

La función $f(x)$ es igual a

$$k \cdot (5x + 5)$$

si

$$3 \leq x \leq 4$$

y es igual a 0 en otro caso. Calcula el valor de k para el que $f(x)$ es la función de densidad de una variable aleatoria continua. Usa 4 cifras significativas en tu respuesta.

Solución

La respuesta es 0.04444

8. **Problema**

La función $f(x)$ es igual a

$$c \cdot \sin(14 \cdot x)$$

si

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{14}$$

y es igual a 0 en otro caso. Calcula el valor de c para el que f es la función de densidad de una variable aleatoria continua. Usa 4 cifras significativas en tu respuesta.

Solución

La respuesta es 7

9. **Problema**

La función de densidad $f(x)$ de la variable aleatoria continua X es igual a

$$\frac{1}{64} \cdot (4x + 4)$$

si

$$6 \leq x \leq 8$$

y es igual a 0 en otro caso (no es necesario que compruebes que f es una función de densidad). Calcula la media μ_X de la variable aleatoria X . Usa 4 cifras significativas en tu respuesta.

Solución

La respuesta es 7.042

10. **Problema**

La función de densidad $f(x)$ de la variable aleatoria continua X es igual a

$$11 \cdot \sin(22 \cdot x)$$

si

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{22}$$

y es igual a 0 en otro caso. (no es necesario que compruebes que f es una función de densidad). Calcula la media μ_X de la variable aleatoria X . Usa 4 cifras significativas en tu respuesta.

Solución

La respuesta es 0.0714

11. **Problema**

La variable aleatoria X es binomial, de tipo $B(11, 0.5)$. Calcula la probabilidad

$$P(2 < X < 4).$$

Escribe tu respuesta con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 0.08057

12. **Problema**

La variable aleatoria X es binomial, de tipo $B(11, 0.3)$. Calcula la probabilidad

$$P(3 \leq X < 4).$$

Escribe tu respuesta con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 0.2568

13. **Problema**

La variable aleatoria X es binomial, de tipo $B(6, 0.5)$. Calcula la probabilidad

$$P(4 < X \leq 5).$$

Escribe tu respuesta con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 0.09375

14. **Problema**

La variable aleatoria X es normal de tipo $N(1, 0.9)$. Calcula el valor x tal que

$$P(X < x) = 0.3.$$

Escribe tu respuesta con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 0.528

15. **Problema**

La variable aleatoria X es normal de tipo $N(0, 0.2)$. Calcula el valor x tal que

$$P(x < X) = 0.1.$$

Escribe tu respuesta con 4 cifras significativas.

Solución

La respuesta es 0.2563