

October 26, 2016

## 1 Práctica 5: variable aleatoria continua

Para definir una función en GeoGebra, teclea en la línea de entrada  $f(x) =$  a la definición de la función. Por ejemplo

$$f(x) = 1 / (\pi * (1 + x^2))$$

En teoría vimos que esa función es una función de probabilidad. Para calcular probabilidades con ella necesitamos hacer integrales, por ejemplo

$$P(X \geq 1) = \int_1^{\infty} f(x)dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{\pi(1+x^2)} dx,$$

Para hacer una integral definida hay dos opciones: si aún no has definido la función en cuestión, debes teclear

$$\text{Integral}[1 / (\pi * (1 + x^2)), 1, \infty]$$

pero, si la función ya ha sido definida y se llama  $f(x)$ , basta con

$$\text{Integral}[f, 1, \infty]$$

1. Calcula, usando GeoGebra, el valor de la integral

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{4}} 6 \cdot (x - x^2) dx$$

2. Calcula, también con GeoGebra, una primitiva (o integral indefinida) de la función  $f(x) = 6 \cdot (x - x^2)$ . Mira el final de la página 20 y la página 21 del tutorial 5.
3. Comprueba, usando GeoGebra, que  $f(x) = 6 \cdot (x - x^2)$ , con soporte en el intervalo  $0 \leq x \leq 1$  (la función vale 0 fuera de ese intervalo) es una función de densidad. Es decir, comprueba que:

$$\int_0^1 6 \cdot (x - x^2) dx = 1$$

Para definir una función de soporte compacto en GeoGebra, usa

$$g(x) = \text{Si}[0 < x < 1, 6*(x - x^2), 0]$$

- 4 Usa GeoGebra para calcular la probabilidad  $P\left(\frac{3}{7} < X < \frac{23}{15}\right)$ , donde la función de probabilidad de  $X$  es  $g(x)$
- 5 Calcula la probabilidad  $P(-4, 0.7)$  para la misma variable aleatoria  $X$ .

## 1.1 Media y varianza de variables aleatorias continuas.

Si hemos conseguido perderle el miedo a las integrales, las fórmulas para el cálculo de medias y varianzas son muy fáciles de usar. Por ejemplo, para la función de densidad

$$h(x) = \begin{cases} 2(2-x) & \text{si } x \in [1, 2] \\ 0 & \text{si } x \notin [1, 2] \end{cases}$$

la media y varianza viene dada por las integrales:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} xh(x)dx = \int_1^2 xh(x)dx = \int_1^2 x \cdot 2 \cdot (2-x)dx = \frac{4}{3} \approx 1.33$$

y

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 h(x)dx = \int_1^2 (x-\mu)^2 h(x)dx = 2 \int_1^2 \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 (2-x)dx = \frac{1}{18} \approx 0.05556$$

Por ejemplo, para calcular la media usando GeoGebra basta con ejecutar estos comandos, uno tras otro:

```
h(x) = Si[1<x<2, 2 * (2 - x), 0]
mu = Integral[ x * h(x), 1, 2]
sigmaCuadrado = Integral[ (x - mu)^2 * h(x), 1, 2]
```

Como de costumbre en GeoGebra se muestran los resultados numéricos, no simbólicos. Usa la opción *Redondeo* del menú *Opciones*, si deseas ver más cifras significativas.

6 Usa GeoGebra para calcular la media y la varianza de la variable aleatoria  $X$  con función de probabilidad  $g(x)$  definida antes.

7 Calcula el valor de  $k$  para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} kx \cos(3x) & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \\ 0 & \text{si } x \notin [0, \frac{\pi}{6}] \end{cases}$$

sea una función de densidad (necesitarás [www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com)).

- Calcula la probabilidad  $P(0 < X < 1/10)$ .
- Calcula la media y la varianza de  $X$ .